2 דרבים לשלילת הגבול הכפול:

* בעזרת k, להראות כי הגבול תלוי בk
* בעזרת היינה – לבחור 2 סדרות שונות ולהראות שכל סדרה מתכנסת לגבול שונה.

## הערה

אי אפשר להוכיח קיום גבול בעזרת k, כי אז לא לוקחים בחשבון מקרים לא לינאריים.

כדי להוכיח קיום גבול, משתמשים במשפט הסנדוויץ

קיצון של פונ' של מס' משתנים

# הגדרה

לפונ' יש מקסימום(מינימום) מקומי בנק' , אם קיימת סביבה של כזאת שלכל m מהסביבה ()

# משפט

אם לפונ' יש קיצון מקומי בנק' ובנוסף היא בעלת נגזרת חלקית מסדר ראשון בנק' זו אזי כל הנגזרות האלו שוות לאפס.

# הגדרה

אומרים שהנק' היא נק' קריטית(חשודה לקיצון) אם לכל או אם כל הנגזרות החלקיות בנק' לא קיימות.

# טענה

ו, בנק' . אזי אם אז לפונ' נק' קיצון ב. אם אז min  
 אם אז max  
אם אז לפונ' אין נק' קיצון בנק'. אם אז לא יודעים וצריך לבדוק בסביבת הנק'.

# תרגיל

1. מצא נק' קיצון:

## פתרון

תהי . אז המטריצה נקראת תבנית ריבועית.

אם התבנית חיובית(שלילית) אז לפונ' מינימום(מקסימום) ב. אם היא שווה לאפס אז אין קיצון בנק'.

המינורים הראשיים הם:

אם אז התבנית חיובית.  
אם , , (מתחלפים בכל סדר) אז התבנית שלילית. אם אז אין קיצון.

# דוגמה

*לכן התבנית חיובית והנק' היא min*

נק' קיצון עם אילוצים

*מצא את נק' הקיצון של הפונ' עם האילוץ (). נציב את האילוץ בפונקציה:*

# שיטת כופלי לגרנג'

תהי פונ' ויהיו האילוצים. נבנה פונ' עזר . כעת הנק' הקריטיות הן הפתרון של המערכת:

## דוגמה

*עם האילוץ*

*עבור נקבל את הנקודות:  
עבור נקבל את הנקודות:  
ועכשיו צריך לעשות מטריצה ולבדוק אם היא חיובית.*